



**19-24 августа 2019 г.
Уфа, Республика Башкортостан, Россия**

СБОРНИК ТРУДОВ

в 4 томах

ТОМ 3

Механика деформируемого твердого тела

**Уфа
РИЦ БашГУ
2019**

УДК 531/534
ББК 22.2
Д23

**ХII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам
теоретической и прикладной механики: сборник трудов в 4 томах.**
Д23 **Т. 3: Механика деформируемого твердого тела.**— Уфа: РИЦ БашГУ,
2019.—1534 с.

ISBN 978-5-7477-4953-5

DOI: 10.22226/2410-3535-2019-congress-v3

Том 3 содержит расширенные тезисы секционных, устных и стендовых докладов секции III.

УДК 531/534
ББК 22.2

ISBN 978-5-7477-4953-5

© БашГУ, 2019
© ИПСМ РАН, 2019

Краткое содержание

	Стр.
Секционные доклады.....	5
Подсекция III-1. Теория упругости и вязкоупругости.....	38
Подсекция III-2. Теория пластичности и ползучести.....	241
Подсекция III-3. Динамические процессы в деформируемых средах.....	429
Подсекция III-4. Механика разрушения и повреждений.....	555
Подсекция III-5. Механика контактного взаимодействия.....	859
Подсекция III-6. Механика неоднородных сред. Композиты, моментные, градиентные, микрополярные среды, механохимия.....	1020
Подсекция III-7. Неклассические модели механики сплошных сред.....	1151
Подсекция III-8. Проблемы оптимизации, идентификации и надежности	1294
Подсекция III-9. Проблемы мезо и наномеханики.....	1382

Р.А. Каюмов, А.М. Сулейманов, И.З. Мухамедова МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДЕГРАДАЦИИ ПЛЕНОЧНО-ТКАНЕВОГО КОМПОЗИТНОГО МАТЕРИАЛА С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ КЛИМАТИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ.....	661
Г.В. Клевцов, Н.А. Клевцова, Р.З. Валиев, И.Н. Пигалева К ВОПРОСУ О ЕДИНОМ КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ЛОКАЛЬНОГО НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ МАТЕРИАЛА У ВЕРШИНЫ ТРЕЩИНЫ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ВИДАХ НАГРУЖЕНИЯ.....	664
В.А. Ключников, В.В. Мишакин, Д.Н. Шишулин, М.Л. Качанов ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОЭФИЦИЕНТА ПУАССОНА КАК ИНДИКАТОРА РАННИХ СТАДИЙ РАЗРУШЕНИЯ АУСТЕНИТНЫХ СТАЛЕЙ.....	667
А.М. Кокуров, И.Н. Одинцев ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВИБРОПОВЕДЕНИЯ ТЕЛ ИЗ СЛОИСТЫХ КОМПОЗИТОВ С ДЕФЕКТАМИ СТРУКТУРЫ.....	670
Н.М. Комарцов, М.А. Кулагина, Б.А. Рычков РАЗРАБОТКА КРИТЕРИЯ РАЗРУШЕНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД НА ОСНОВЕ КОНКРЕТИЗАЦИИ ТЕОРИИ ПРОЧНОСТИ МОРА.....	672
Г.Ф. Корзникова, В.Н. Даниленко, А.П. Жилиев, Р.Х. Хисамов, К.С. Назаров, С.Н. Сергеев, Р.Р. Кабиров, Г.Р. Халикова, Р.Р. Мулюков МЕТАЛЛОМАТРИЧНЫЙ КОМПОЗИТ НА ОСНОВЕ МЕДИ И АЛЮМИНИЯ, ПОЛУЧЕННЫЙ ДЕФОРМАЦИЕЙ СДВИГА ПОД ДАВЛЕНИЕМ.....	675
Г.Ф. Корзникова, С. Н. Сергеев, В.В. Смирнов, С.П. Павлинич, Р.Р. Мулюков МИКРОСТРУКТУРА И МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА НЕРЖАВЕЮЩЕЙ СТАЛИ, ИЗГОТОВЛЕННОЙ СЕЛЕКТИВНЫМ ЛАЗЕРНЫМ СПЕКАНИЕМ.....	678
В.М. Корнев УСТАЛОСТНОЕ РАЗРУШЕНИЕ ПРИ ОХРУПЧИВАНИИ МАТЕРИАЛА. ДЕФОРМАЦИОННО-СИЛОВОЙ ПОДХОД.....	681
Л.Н. Косыгина МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ ПОЛЯ НАПРЯЖЕНИЙ ДЛЯ ПЛАСТИНЫ С БОКОВЫМИ РАЗРЕЗАМИ.....	684
Н.М. Кочнева, А.В. Гуляев ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ МОДУЛЯ СВЯЗУЮЩЕГО МАТЕРИАЛА И СТЕПЕНИ НАПОЛНЕНИЯ НА МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ДИСПЕРСНО НАПОЛНЕННОГО ПОЛИМЕРА.....	687
Н.А. Кудряшов, Р.В. Муратов, П.Н. Рябов ОБРАЗОВАНИЕ ПОЛОС ЛОКАЛИЗОВАННОЙ ДЕФОРМАЦИИ В МЕТАЛЛИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛАХ ПРИ ВЫСОКОСКОРОСТНОМ СДВИГЕ.....	690
А.В. Кузнецов, И.С. Каманцев ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ПРЕДЕЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ МНОГОСЛОЙНОГО МЕТАЛЛИЧЕСКОГО КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА.....	693

РАЗРАБОТКА КРИТЕРИЯ РАЗРУШЕНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД НА ОСНОВЕ КОНКРЕТИЗАЦИИ ТЕОРИИ ПРОЧНОСТИ МОРА

Н.М. Комарцов¹, М.А. Кулагина¹, Б.А. Рычков¹

¹ *Кыргызско-Российский Славянский университет, Бишкек*
komartsovn@mail.ru

Аннотация. Теория прочности Мора постулирует, что сопротивляемость сдвигу (касательное напряжение) является некоторой функцией от нормального напряжения на заданной плоскости. Семейство кругов таких предельных напряжений имеет огибающую, характеризующую условие прочности. В настоящем сообщении рассмотрен способ построения огибающей, исходя из некоторой аналитической зависимости между минимальным и максимальным главными напряжениями. Материальные параметры, входящие в эту зависимость, определены в соответствии с предлагаемой классификацией типов горных пород на основе сведений о структуре и изменении угла среза при различных условиях трехосного сжатия.

Введение

Напряженное состояние горных пород в массиве моделируется испытаниями стандартных цилиндрических образцов на установках по схеме Кармана, когда между осевым напряжением сжатия σ_1 и главными напряжениями σ_2 и σ_3 от равномерного бокового давления выполняется соотношение: $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$. При этом сжимающие напряжения считаются положительными.

Напряжения σ_1 и σ_3 могут принимать множество значений, и осуществить весь комплекс опытов с различным соотношением этих компонент невозможно. Согласно ГОСТ 21153.8-88 необходимо произвести испытания не менее чем при трех видах напряженного состояния, который характеризуется параметром $c = \sigma_3/\sigma_1$. Такие испытания очень трудоемки, поэтому разрабатываются различные методы расчета [1], по которым можно оценить степень опасности напряженного состояния по постулируемым зависимостям между главными напряжениями (σ_1, σ_3), т.е. предсказать прочностные свойства материалов в момент разрушения. Предлагаемые зависимости $\sigma_1(\sigma_3)$, как правило, являются эмпирическими [2, 3, 4].

В монографии [5] уравнение предельных кругов Мора в пространстве главных напряжений (σ_1, σ_3) представлено в виде алгебраического уравнения второй степени:

$$\varphi(\sigma, \tau, \sigma_1) = \sigma^2 + \tau^2 - (\sigma_1 + \sigma_3)\sigma + \sigma_1\sigma_3 = 0, \quad (1)$$

где параметром этого семейства является напряжение σ_1 .

По инвариантам уравнения (1) можно заключить, что в пространстве главных напряжений оно является уравнением гиперболы. По определению уравнение гиперболы в этом пространстве задается в виде:

$$\sqrt{\sigma_1^2 + (\sigma_3 - b)^2} - \sqrt{\sigma_1^2 + (\sigma_3 - a)^2} = d \quad (a, b, d - \text{const}). \quad (2)$$

Удалось [5] разрешить его относительно главного напряжения σ_3 , т.е. получить зависимость $\sigma_3 = \sigma_3(\sigma_1)$, а именно:

$$\sigma_3 = \frac{a+b}{2} + \sqrt{\frac{d^2\sigma_1^2}{(a-b)^2 - d^2} + \frac{d^2}{4}}. \quad (3)$$

Согласно известной теореме [6], огибающая семейства вида (1) должна удовлетворять также уравнению:

$$\varphi_{\sigma_1}(\sigma, \tau, \sigma_1) = 0 \quad (\varphi_{\sigma_1} = \partial\varphi/\partial\sigma_1), \quad (4)$$

а координатами огибающей будут:

$$\sigma = \frac{\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3'}{1 + \sigma_3'}, \quad \tau = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{1 + \sigma_3'} \sqrt{\sigma_3'} \quad \left(\sigma_3' = \frac{\partial\sigma_3}{\partial\sigma_1}\right). \quad (5)$$

1. Анализ зависимости между главными напряжениями

Введем замену параметров в формуле (3):

$$\frac{a+b}{2} = A, \quad \frac{d^2}{4} = B^2, \quad \frac{d^2}{(a-b)^2 - d^2} = Q. \quad (6)$$

Учитывая (6) выражение (3) принимает следующий вид:

$$\sigma_3 = A + \sqrt{Q\sigma_1^2 + B^2}, \quad (7)$$

Огибающая при $\sigma_1 \rightarrow \infty$ стремится к линии параллельной оси σ , а максимальное касательное напряжение – к постоянному значению, в результате чего, согласно этому условию предельного перехода, [5, 7], $Q = 1$. Следовательно, зависимость $\sigma_3(\sigma_1)$ можно представить еще в виде:

$$\sigma_3 = A + \sqrt{\sigma_1^2 + B^2}. \quad (8)$$

2. Построение кругов Мора и огибающей к ним

Проанализируем полученную зависимость $\sigma_3(\sigma_1)$ и установим область применимости формул (7) и (8).

Угловой коэффициент касательной к предельным кругам Мора (τ') с учетом (5) определяется [5] по формуле:

$$\tau' = \frac{1-\sigma'_3}{2\sqrt{\sigma'_3}}, \quad \left(\tau' = \frac{\partial \tau}{\partial \sigma} \right). \quad (9)$$

Обозначим $\tau' = \operatorname{tg} \theta$. Из построения предельного круга Мора и огибающей к нему имеем

$$2\alpha = 90^\circ - \theta, \quad (10)$$

где угол среза α при заданном виде напряженного состояния (c) определяется соотношением:

$$\sin 2\alpha = \frac{2\tau}{\sigma_1(1-c)} \quad (11)$$

В качестве исходных экспериментальных данных выбраны результаты испытаний на трехосное сжатие обширной группы горных пород, представленные в виде табличных данных в монографии [3]; рассмотрены горные породы, для которых имеются экспериментальные значения пределов прочности не менее, чем при пяти видах напряженного состояния. На основе сопоставления расчетных (согласно зависимостям (7) и (8)) и построенных по опытным данным наибольших кругов Мора при всех осуществленных в опыте напряженных состояниях предлагается классификация рассмотренных горных пород в соответствии с их петрографическими характеристиками и значением параметра Q . Результаты исследования представлены в таблице 1.

Таблица 1. Классификация горных пород

I подгруппа: крупно- и среднезернистые ($Q < 1$)	II подгруппа: мелкозернистые ($Q = 1$)
Песчаник выбросоопасный ($Q = 0,226$), Песчаник, не опасный по выбросам ($Q = 0,132$), Песчаник П-0 ($Q = 0,223$), Известняк Д-6 ($Q = 0,27$), Песчаник П-01 ($Q = 0,161$), Песчаник П-026 ($Q = 0,134$), Мрамор-I ($Q = 0,42$), Кварцевый диорит Д-2 ($Q = 0,1$).	Песчаник Д-8, Песчаник П-03, Мрамор II, Известняк (Эстонсланец), Диабаз.

Как видно из этой таблицы, пределы прочности горных пород с мелкозернистой структурой отражаются теоретической зависимостью (8), т.е. при $Q=1$. В этом случае для построения расчетных наибольших кругов прочности Мора достаточно иметь экспериментальные значения пределов прочности при двух видах напряженного состояния (при двух значениях параметра c). Целесообразно использовать опытные данные при $c = 0$ и при максимальном значении c , осуществленного в ходе испытания. Соответствующие два значения $\sigma_1(c)$ служат «опорными точками» для определения констант A и B (согласно формуле (8)). Установлено, что для других («промежуточных») видов напряженного состояния в рассмотренном случае расчетные и экспериментальные круги Мора отличаются незначительно.

Для определения параметров зависимости $\sigma_1(\sigma_3)$, согласно формуле (7), необходимо определить три константы (A , B и Q). Для этого используются три «опорные» точки, т.е. значения пределов прочности при трех видах напряженного состояния. Чтобы сопоставить область применения формул (7) и (8) проанализировано также изменение угла среза α с изменением вида напряженного состояния при отображении прочностных свойств первой и второй подгруппы рассмотренных материалов. Для этого построены графики относительного роста угла среза $\alpha_{\text{отн}} = (\alpha - \alpha_0)/\alpha_0$ как функции от относительного роста текущего предела прочности $\sigma_{\text{отн}} = 0.5 * (\sigma_1 - \sigma_3) * \sin(2\alpha)/\sigma_c$ в пределах всего диапазона изменения вида напряженного состояния для конкретных горных пород. Здесь α_0 и σ_c – угол среза и предел прочности при одноосном сжатии. На рисунке 1 нижняя кривая соответствует в указанных координатах изменению угла среза для песчаника выбросоопасного, а верхняя – для песчаника П-03. Из сопоставления этих кривых следует, что у крупнозернистой породы по сравнению с мелкозернистой одна и та же величина относительного угла среза достигается при заметно большем относительном пределе прочности. Это обстоятельство может служить еще одним критерием для выделения какой-либо конкретной горной породы в первую или вторую подгруппу, согласно таблице 1, для последующего определения теоретических пределов прочности по формуле (7) или (8).

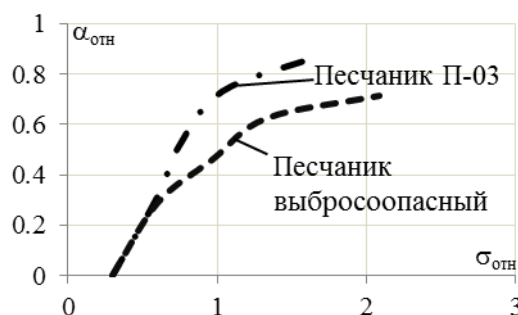


Рисунок 1. Изменение угла среза в зависимости от относительного предела прочности

3. Определение предела прочности на растяжение

Достоинство зависимостей (7) и (8) заключается в том, что они позволяют определить предел прочности на растяжение (σ_p) по экспериментальным данным трехосного сжатия без каких-либо дополнительных допущений (как это принято, например, в [3]). Согласно (7), (8) имеем:

$$\sigma_p = A + B \quad (12)$$

Расчетные по формуле (12) значения σ_p представлены в таблице 2 в сопоставлении с их экспериментальными значениями и вычисленными авторами эксперимента [3]. Все эти значения, как видно из таблицы, удовлетворительно согласуются между собой.

Таблица 2. Сравнение расчетных и экспериментальных пределов прочности на растяжение

Порода	$ \sigma_p \cdot 9.81^{-1}$ МПа,		
	Эксперимент [3]	Расчет по [3]	Расчет по (12)
Песчаник выбросоопасный	84	44	88
Песчаник, не опасный по выбросам	94	66	79
Песчаник П-0	208	150	178
Известняк Д-6	120	94	134
Песчаник П-01	200	150	185
Песчаник П-026	70	43	96
Мрамор-I	45	50	110
Кварцевый диорит Д-2	190	80	201
Песчаник Д-8	50	67	63
Песчаник П-03	250	140	151
Мрамор II	50	47	48
Известняк (Эстонсланец)	38	35	64
Диабаз	150	137	114

Заключение

Рассмотренная зависимость между максимальным (σ_1) и минимальным (σ_3) главными напряжениями на пределе прочности может служить критерием разрушения как при трехосном сжатии, так и при растяжении. Эта зависимость по существу является конкретизацией теории прочности Мора. Соотношение между напряжениями σ_1 и σ_3 может быть представлено в различных редакциях (формулы (7) и (8)), содержащих разное количество подлежащих определению материальных параметров. Предложена методика их определения, на основе которой рассмотренные породы выделены в особые группы с указанием их классификационных признаков по структуре и изменению угла среза в зависимости от вида напряженного состояния.

Литература

1. Свойства горных пород и методы их определения [Текст] / Е. И. Ильницкая, Р. И. Тедер, Е. С. Ватолин, М. Ф. Кунтыш; Под ред. проф. д-ра техн. наук М. М. Протодяконова. - Москва: Недра, 1969. - 392 с.
2. Hoek E., Brown E.T. Empirical strength criterion for rock masses. J. Geotech. Engng Div., ASCE 106(GT9), 1980. – pp. 1013-1035.
3. Ставрогин А.Н., Протосеня А.Г. Пластичность горных пород. – Москва: Недра, 1979. – 305 с.
4. Paterson M.S., Wong T.-F. Experimental Rock Deformation - The Brittle Field. Berlin: Springer, 2005. - 348 p.
5. Т.Б. Дуйшеналиев, К.Т. Койчуманов. Уравнение огибающей линии предельных кругов напряжений. – Бишкек: Илим, 2006. – 130 с.
6. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. – Москва: Наука, 1974. – 176 с.
7. Рычков Б.А. О прочностных характеристиках горных пород // Современные проблемы механики сплошных сред – Бишкек, 2011. – Вып. 13. – С. 310-317.